

12.4 Esercizi

12.4.1 Esercizi dei singoli paragrafi

12.1 - Divisioni in una variabile

12.1. Completa la divisione

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 7x^4 & +0x^3 & -5x^2 & +x & -1 & 2x^2 & +0x & -1 \\
 & & \dots & & & \frac{7}{2}x & \dots & \\
 \hline
 & & -\frac{3}{2}x^2 & +x & -1 & & & \\
 & & & \dots & & & & \\
 \hline
 & & & & x & & -\frac{7}{4} &
 \end{array}$$

12.2 (*). Esegui le divisioni tra polinomi.

- a) $(3x^2 - 5x + 4) : (2x - 2);$
- b) $(4x^3 - 2x^2 + 2x - 4) : (3x - 1);$
- c) $(5a^3 - a^2 - 4) : (a - 2);$
- d) $(6y^5 - 5y^4 + y^2 - 1) : (2y^2 - 3).$

12.3 (*). Esegui le divisioni tra polinomi.

- a) $(-7a^4 + 3a^2 - 4 + a) : (a^3 - 2);$
- b) $(x^7 - 4) : (x^3 - 2x^2 + 3x - 7);$
- c) $\left(x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{3}{2}\right) : (x^2 + 3x);$
- d) $\left(2x^4 + 2x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 15x - 7\right) : (2x + 3).$

12.4 (*). Esegui le divisioni tra polinomi.

- a) $(6 - 7a + 3a^2 - 4a^3 + a^5) : (1 - 2a^3);$
- b) $(a^6 - 1) : (1 + a^3 + 2a^2 + 2a);$
- c) $\left(a^4 - \frac{5}{4}a^3 + \frac{11}{8}a^2 - \frac{a}{2}\right) : \left(a^2 - \frac{a}{2}\right);$
- d) $(2x^3 - 6x^2 + 6x - 2) : (2x - 2).$

12.5. Esegui le divisioni tra polinomi.

- a) $(2x^5 - 11x^3 + 2x + 2) : (x^3 - 2x^2 + 1);$
- b) $(15x^4 - 2x + 5) : (2x^2 + 3);$
- c) $\left(-\frac{9}{2}x^2 - 2x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{69}{8}x - \frac{9}{4} - \frac{4}{3}x^5\right) : \left(-2x^2 - 3x - \frac{3}{4}\right).$

12.2 - Polinomi in più variabili

12.6. Dividi il polinomio $A(x, y) = x^3 + 3x^2y + 2xy^2$ per il polinomio $B(x, y) = x + y$ rispetto alla variabile x . Il quoziente è $Q(x, y) = \dots\dots\dots$, il resto è $R(x, y) = 0$.

Ordina il polinomio $A(x, y)$ in modo decrescente rispetto alla variabile y ed esegui nuovamente la divisione. Il quoziente è sempre lo stesso? Il resto è sempre zero?

12.7. Esegui le divisioni tra polinomi rispetto alla variabile x .

- a) $(3x^4 + 5ax^3 - a^2x^2 - 6a^3x + 2a^4) : (3x^2 - ax - 2a^2)$;
- b) $(-4x^5 + 13x^3y^2 - 12y^3x^2 + 17x^4y - 12y^5) : (2x^3 - 3yx^2 + 2y^2x - 3y^3)$;
- c) $(x^5 - x^4 - 2ax^3 + 3ax^2 - 2a) : (x^2 - 2a)$.

12.3 - Regola di Ruffini

12.8. Completa la seguente divisione utilizzando la regola di Ruffini: $(x^2 - 3x + 1) : (x - 3)$.

- ➔ Calcolo del resto: $(+3)^2 - 3(+3) + 1 = \dots$;
- ➔ calcolo del quoziente: $Q(x) = 1x + 0 = x$ $R = \dots$;
- ➔ verifica: $(x - 3) \cdot x + \dots = x^2 - 3x + 1$.

12.9 (*). Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $(3x^3 - 4x^2 + 5x - 1) : (x - 2)$;
- b) $(x^5 - x^3 + x^2 - 1) : (x - 1)$;
- c) $(x^4 - 10x^2 + 9) : (x - 3)$.

12.10 (*). Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $(x^4 + 5x^2 + 5x^3 - 5x - 6) : (x + 2)$;
- b) $(4x^3 - 2x^2 + 2x - 4) : (x + 1)$;
- c) $\left(\frac{4}{3}y^4 - 2y^2 + \frac{3}{2}y - 2\right) : \left(y + \frac{1}{2}\right)$.

12.11 (*). Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $\left(\frac{1}{3}x^5 - \frac{3}{2}x - 2\right) : (x + 2)$;
- b) $\left(2a - \frac{4}{3}a^4 - 2a^2 - \frac{1}{3}\right) : \left(a - \frac{1}{2}\right)$;
- c) $\left(\frac{4}{3}y^4 - \frac{3}{2}y^3 + \frac{3}{2}y - 2\right) : (y + 3)$.

12.12. Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $(27x^3 - 3x^2 + 2x + 1) : (x + 3)$;
- b) $(2x^4 - 5x^3 - 3x + 2) : (x - 1)$;
- c) $\left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{x^3}{3} + 2x^4\right) : \left(2x - \frac{3}{2}\right)$.

12.13. Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $(6a^3 - 9a^2 + 9a - 6) : (3a - 2);$
- b) $(2x^4 - 3x^2 - 5x + 1) : (2x - 3);$
- c) $\left(x^5 + \frac{1}{3}x^4 - 2x^2 - \frac{2}{3}x\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right).$

12.14 (*). Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $(x^3 - 2x^2 + 2x - 4) : (2x - 2);$
- b) $(3x^4 - 2x^3 + x - 1) : (2x - 3);$
- c) $\left(\frac{3}{2}a^4 - 2a^2 + a - \frac{1}{2}\right) : (3a - 1).$

12.15 (*). Risolvi le seguenti divisioni nella variabile a .

- a) $(3a^4b^4 + a^2b^2 + 2ab + 2) : (ab - 1);$
- b) $(3a^4b^2 - 2a^2b) : (a^2b - 3).$

12.16 (*). Risolvi le seguenti divisioni nella variabile x utilizzando la regola di Ruffini.

- a) $(x^4 - ax^3 - 4a^2x^2 + 7a^3x - 6a^4) : (x - 2a);$
- b) $(x^4 - 2ax^3 + 2a^3x - a^4) : (x + a).$

12.17 (*). Risolvi utilizzando, quando puoi, il teorema di Ruffini.

- a) Per quale valore di k il polinomio $x^3 - 2x^2 + kx + 2$ è divisibile per $x^2 - 1$?
- b) Per quale valore di k il polinomio $x^3 - 2x^2 + kx$ è divisibile per $x^2 - 1$?
- c) Per quale valore di k il polinomio $x^3 - 3x^2 + x - k$ è divisibile per $x + 2$?
- d) Scrivi, se possibile, un polinomio nella variabile a che, diviso per $a^2 - 1$ dà come quoziente $a^2 + 1$ e come resto -1 .

12.18 (*). Risolvi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a) Trovare un polinomio di secondo grado nella variabile x che risulti divisibile per $(x - 1)$ e per $(x - 2)$ e tale che il resto della divisione per $(x - 3)$ sia uguale a -4 ;
- b) Per quale valore di a la divisione $(2x^2 - ax + 3) : (x + 1)$ dà resto 5?
- c) Per quale valore di k il polinomio $2x^3 - x^2 + kx - 3k$ è divisibile per $x + 2$?
- d) I polinomi $A(x) = x^3 + 2x^2 - x + 3k - 2$ e $B(x) = kx^2 - (3k - 1)x - 4k + 7$ divisi entrambi per $x + 1$ per quale valore di k hanno lo stesso resto?

12.4.2 Risposte

12.2. a) $Q(x) = \frac{3}{2}x - 1; R(x) = 2,$ b) $Q(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{16}{27}; R(x) = -\frac{92}{27},$ c) $Q(a) = 5a^2 + 9a + 18; R(a) = 32,$ d) $Q(y) = 3y^3 - \frac{5}{2}y^2 + \frac{9}{2}y - \frac{13}{4}; R(y) = \frac{27}{2}y - \frac{43}{4}.$

12.3. a) $Q(a) = -7a; R(a) = 3a^2 - 13a - 4,$ b) $Q(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 3x + 17;$
 $R(x) = 32x^2 - 30x + 115,$ c) $Q(x) = x - \frac{7}{2}; R(x) = \frac{13}{2}x + \frac{3}{2},$ d) $Q(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x - 3;$
 $R(x) = 2.$

12.4. a) $Q(a) = 2 - \frac{1}{2}a^2; R(a) = \frac{7}{2}a^2 - 7a + 4,$ b) $Q(a) = a^3 - 2a^2 + 2a - 1; R(a) = 0,$
 c) $Q(a) = a^2 - \frac{3}{4}a + 1; R(a) = 0,$ d) $Q(x) = x^2 - 2x + 1; R(x) = 0.$

12.9. a) $Q(x) = 3x^2 + 2x + 9; R(x) = 17$, b) $Q(x) = x^4 + x^3 + x + 1; R(x) = 0$,
c) $Q(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3; R(x) = 0$.

12.10. a) $Q(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3; R(x) = 0$, b) $Q(x) = 4x^2 - 6x + 8; R(x) = -12$,
c) $Q(y) = \frac{4}{3}y^3 - \frac{2}{3}y^2 - \frac{5}{3}y + \frac{7}{3}; R(y) = -\frac{19}{6}$.

12.11. a) $Q(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{23}{6}; R(x) = -\frac{29}{3}$, b) $Q(a) = -\frac{4}{3}a^3 - \frac{2}{3}a^2 - \frac{7}{3}a + \frac{5}{6};$
 $R(a) = \frac{1}{12}$, c) $Q(y) = \frac{4}{3}y^3 - \frac{11}{2}y^2 + \frac{33}{2}y - 48; R(y) = 142$.

12.14. a) $Q(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; R(x) = -3$, b) $Q(x) = \frac{3}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{8}x + \frac{53}{16}; R(x) = \frac{143}{16}$,
c) $Q(a) = \frac{1}{2}a^3 + \frac{1}{6}a^2 - \frac{11}{18}a + \frac{7}{54}; R(a) = -\frac{10}{27}$.

12.15. a) $Q(a) = 3a^3b^3 + 3a^2b^2 + 4ab + 6; R(a) = 8$, b) $Q(a) = 3a^2b + 7; R(a) = 21$.

12.16. a) $Q(x) = x^3 + ax^2 - 2a^2x + 3a^3; R(x) = 0$ b) $Q(x) = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3; R(x) = 0$.

12.17. a) $k = -1$, b) nessuno, c) $k = -22$, d) $a^4 - 2$.

12.18. a) $-2x^2 + 6x - 4$, b) $a = 0$, c) $k = -4$, d) $k = 2$.