

2.13 Esercizi

2.13.1 Esercizi dei singoli paragrafi

2.1 - Radici

2.1. Determina le seguenti radici quadrate razionali (quando è possibile calcolarle).

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{9}$; | g) $\sqrt{\frac{49}{81}}$; | k) $\sqrt{0,04}$; |
| b) $\sqrt{36}$; | h) $\sqrt{\frac{121}{100}}$; | l) $\sqrt{0,09}$; |
| c) $\sqrt{-49}$; | i) $\sqrt{\frac{144}{36}}$; | m) $\sqrt{0,0001}$; |
| d) $\sqrt{64}$; | j) $\sqrt{\frac{-1}{4}}$; | n) $\sqrt{\frac{144}{9}}$; |
| e) $\sqrt{-81}$; | | o) $\sqrt{0,16}$. |
| f) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; | | |

2.2. Determina le seguenti radici quadrate razionali (quando è possibile calcolarle).

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $\sqrt{-0,09}$; | f) $\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}}$; |
| b) $\sqrt{25 \cdot 16}$; | g) $\sqrt{5 + \sqrt{14 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}}$. |
| c) $\sqrt{36 \cdot 49}$; | |
| d) $\sqrt{0,04 \cdot 0,0121}$; | |
| e) $\sqrt{\frac{1}{100}}$; | |

2.3. Senza usare la calcolatrice determina per ciascuna delle seguenti radici quadrate il valore approssimato a 1/10: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{17}{4}}$.

2.4. Estrai le seguenti radici di espressioni letterali, facendo attenzione al valore assoluto.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$; | b) $\sqrt{4x^2 + 8x + 4}$; | c) $\sqrt{9 - 12a + 4a^2}$. |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|

2.5. Senza usare la calcolatrice determina per ciascuna delle seguenti radici cubiche il valore approssimato a 1/10: $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[3]{100}$, $\sqrt[3]{25}$, $\sqrt[3]{250}$.

2.6 (*). Determina le seguenti radici se esistono.

- | | | |
|-----------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$; | e) $\sqrt[3]{125}$; | h) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$; |
| b) $\sqrt[3]{64}$; | f) $\sqrt[3]{-216}$; | i) $\sqrt[3]{\frac{1000}{27}}$. |
| c) $\sqrt[3]{-1}$; | g) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$; | |
| d) $\sqrt[3]{1000}$; | | |

2.7 (*). Determina le seguenti radici se esistono.

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt[3]{0,001}$; | e) $\sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{122 + \sqrt[3]{27}}}}$; |
| b) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; | f) $\sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{64}}$; |
| c) $\sqrt[3]{-0,008}$; | g) $\sqrt[9]{0}$; |
| d) $\sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{61 + \sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{8}}}}$; | h) $\sqrt[8]{-1}$; |
| | i) $\sqrt[5]{-100000}$. |

2.8 (*). Determina le seguenti radici se esistono.

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $\sqrt[4]{0,0001}$; | f) $\sqrt[10]{0}$; |
| b) $\sqrt[4]{81}$; | g) $\sqrt[4]{0,0081}$; |
| c) $\sqrt[6]{64}$; | h) $\sqrt[5]{34 - \sqrt[4]{14 + \sqrt{2 + \sqrt[3]{8}}}}$; |
| d) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$; | i) $\sqrt{20 + \sqrt[3]{121 + \sqrt[4]{253 + \sqrt[5]{243}}}}$. |
| e) $\sqrt[4]{-4}$; | |

2.9 (*). Determina le seguenti radici se esistono.

- | | | |
|-----------------------------------|--|---|
| a) $\sqrt{21 + \sqrt{16}}$; | d) $\sqrt{\sqrt{0,16}}$; | g) $\sqrt{72 + \sqrt{80 + \sqrt{1}}}$; |
| b) $\sqrt[5]{31 + \sqrt[4]{1}}$; | e) $\sqrt[5]{32 \cdot 10^{-5}}$; | h) $\sqrt{\frac{25a^4}{9}}$; |
| c) $\sqrt[5]{240 + \sqrt{9}}$; | f) $\sqrt{3\sqrt{37 - 4\sqrt{81}} \cdot 27}$; | i) $\sqrt[4]{620 + \sqrt[4]{625}}$. |

2.10 (*). Determina le seguenti radici se esistono.

- | | | |
|----------------------|--|--|
| a) $\sqrt{24336}$; | c) $\sqrt[4]{600 + \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}}$; | e) $\sqrt[3]{a^6 + 9a^4 + 27a^2 + 27}$; |
| b) $\sqrt[5]{243}$; | d) $\sqrt[3]{8a^3 + 12a^2 + 6a + 1}$; | f) $\sqrt[3]{1 - 6x + 12x^2 - 8x^3}$. |

2.2 - Condizioni di esistenza

2.11 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{x+1}$; | e) $\sqrt[3]{3xy}$; | h) $\sqrt[5]{\frac{1}{x^3}}$; |
| b) $\sqrt{1-x}$; | f) $\sqrt[4]{-2x^2y^2}$; | i) $\sqrt{\frac{4-x}{x-3}}$. |
| c) $\sqrt{\frac{1}{x+1}}$; | g) $\sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x-1}}$; | |
| d) $\sqrt{3x^2y}$; | | |

2.12 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\sqrt{x^2(x+1)}$; | e) $\sqrt{1+ x }$; | h) $\sqrt[3]{\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1}}$; |
| b) $\sqrt[3]{1+a^2}$; | f) $\sqrt{(a-1)(a-2)}$; | i) $\sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} \cdot \sqrt[4]{\frac{x-1}{3-x}}$. |
| c) $\sqrt[6]{2x-1}$; | g) $\sqrt{ x +1} \cdot \sqrt[3]{x+1}$; | |
| d) $\sqrt{1-x} + 2\sqrt{\frac{1}{x-1}}$; | | |

2.13 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- | | | |
|-----------------------------------|--|---|
| a) $\sqrt{\frac{5-x}{x+2}}$; | d) $\sqrt{\frac{a}{a^2-a-2}}$; | g) $\sqrt{\frac{2}{x} + \frac{x}{2}}$; |
| b) $\sqrt{\frac{2y}{(2y+1)^2}}$; | e) $\sqrt{\frac{1}{b^2-4}}$; | h) $\sqrt[6]{\frac{x-1}{ x }}$; |
| c) $\sqrt{\frac{x-3}{1-x}}$; | f) $\sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x-3)(x+2)}}$; | i) $\sqrt[4]{\frac{4x^2+4+8x}{9}}$. |

2.14 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$a) \sqrt[6]{\frac{(b^2 + 1 + 2b)^3}{729b^6}};$$

$$b) \sqrt{\frac{x(x-1)}{x-4}};$$

$$c) \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy}};$$

$$d) \sqrt[4]{\frac{m+1}{m-1}};$$

$$e) \sqrt[3]{x(x+2)^2};$$

$$f) \sqrt{\frac{1+a}{a^2}};$$

$$g) \sqrt{\frac{a+2}{a(a-4)}};$$

$$h) \sqrt{\frac{1}{b^2-4}};$$

$$i) \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}}.$$

2.15 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$a) \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}};$$

$$b) \sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}};$$

$$c) \sqrt{\frac{x}{x^2+1}};$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{x^3}{x^3+1}};$$

$$e) \sqrt{2x+3};$$

$$f) \sqrt[3]{a^2-1};$$

$$g) \sqrt{x(x+1)(x+2)};$$

$$h) \sqrt{|x|+1};$$

$$i) \sqrt{\frac{x}{|x+1|}};$$

$$j) \sqrt{\frac{1}{-x^2-1}}.$$

2.3 - Potenze a esponente razionale

2.16. Calcola le seguenti potenze con esponente razionale.

$$a) 4^{\frac{3}{2}};$$

$$b) 8^{\frac{2}{3}};$$

$$c) 9^{-\frac{1}{2}};$$

$$d) 16^{\frac{3}{4}};$$

$$e) 16^{\frac{5}{4}};$$

$$f) \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{4}{3}};$$

$$g) 125^{-\frac{2}{3}};$$

$$h) \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{3}{2}};$$

$$i) 25^{-\frac{3}{2}};$$

$$j) 27^{\frac{4}{3}}.$$

2.17 (*). Calcola le seguenti potenze con esponente razionale.

$$a) 32^{\frac{2}{5}};$$

$$b) 49^{-\frac{1}{2}};$$

$$c) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$d) \left(-\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}};$$

$$e) \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{5}{2}};$$

$$f) (0,008)^{-\frac{2}{3}};$$

$$g) 4^{0,5};$$

$$h) 16^{0,25};$$

$$i) 32^{0,2};$$

$$j) 100^{0,5}.$$

2.18 (*). Trasforma le seguenti espressioni in forma di potenza con esponente frazionario.

$$a) \sqrt{2};$$

$$b) \sqrt[3]{8^2};$$

$$c) \sqrt[7]{5^3};$$

$$d) \sqrt{3^3};$$

$$e) \sqrt{\left(\frac{1}{3^3}\right)};$$

$$f) \sqrt[3]{\frac{1}{3^2}};$$

$$g) \sqrt[3]{\frac{1}{25}};$$

$$h) \sqrt[5]{\frac{4^2}{3^2}}.$$

2.19 (*). Trasforma nella forma radicale le seguenti espressioni.

$$\text{a) } \left((a^2 + 1)^{\frac{2}{3}} + 1 \right)^{\frac{1}{4}}; \quad \text{b) } \left(1 + \left(1 + a^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

2.20. Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri:

$$0,00000001, (0,1)^{10}, (0,1)^{0,1}, 10^{-10}, \sqrt{0,0000000001}.$$

2.4 - Semplificazione di radici

2.21. Trasforma i seguenti radicali applicando la proprietà invariantiva.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{4} = \sqrt[8]{\dots}; & \text{c) } \sqrt[5]{5} = \sqrt[15]{\dots}; & \text{e) } \sqrt{2} = \sqrt[6]{16}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{9} = \sqrt[6]{\dots}; & \text{d) } \sqrt{2} = \sqrt[6]{\dots}; & \text{f) } \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{81}. \end{array}$$

2.22. Trasforma i seguenti radicali applicando la proprietà invariantiva.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{-5} = -\sqrt[6]{25}; & \text{c) } \sqrt[2]{a^7} = \sqrt[6]{\dots}, a > 0; & \text{e) } \sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt{\dots}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{\frac{3}{2}} = \sqrt[8]{\frac{27}{8}}; & \text{d) } \sqrt[8]{a^{24}} = \sqrt[5]{\dots}, a > 0; & \text{f) } \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} = \sqrt[4]{\dots}. \end{array}$$

2.23 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{25}; & \text{d) } \sqrt[9]{27}; & \text{g) } \sqrt[4]{169}; \\ \text{b) } \sqrt[6]{8}; & \text{e) } \sqrt[4]{100}; & \text{h) } \sqrt[6]{121}; \\ \text{c) } \sqrt[8]{16}; & \text{f) } \sqrt[6]{144}; & \text{i) } \sqrt[6]{125}. \end{array}$$

2.24 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{49}; & \text{e) } \sqrt[4]{\frac{1}{16}}; & \text{g) } \sqrt[15]{\frac{64}{27}}; \\ \text{b) } \sqrt[6]{64}; & \text{f) } \sqrt[10]{\frac{25}{81}}; & \text{h) } \sqrt[9]{-3^3}; \\ \text{c) } \sqrt[12]{16}; & & \text{i) } \sqrt[6]{(-2)^4}. \\ \text{d) } \sqrt[6]{\frac{16}{121}}; & & \end{array}$$

2.25 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[12]{-4^6}; & \text{d) } \sqrt[4]{12^2 + 5^2}; & \text{g) } \sqrt[3]{2^6 \cdot 5^{15}}; \\ \text{b) } \sqrt[10]{-3^2}; & \text{e) } \sqrt[10]{3^2 + 4^2}; & \text{h) } \sqrt[4]{3^4 \cdot 4^6}; \\ \text{c) } \sqrt[6]{5^2 - 4^2}; & \text{f) } \sqrt[4]{10^2 - 8^2}; & \text{i) } \sqrt[5]{5^5 \cdot 4^{10} \cdot 2^{15}}. \end{array}$$

2.26 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[9]{27 \cdot 8 \cdot 125}; & \text{e) } \sqrt[6]{\left(\frac{13}{4} + \frac{1}{8}\right)^4}; & \text{h) } \sqrt[10]{2^{10} \cdot 3^{20}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{625}; & \text{f) } \sqrt[6]{\left(1 + \frac{21}{4}\right)^3}; & \text{i) } \sqrt[6]{2^8 \cdot 3^6}. \\ \text{c) } \sqrt[6]{1000}; & \text{g) } \sqrt[16]{(-16)^4}; & \\ \text{d) } \sqrt[4]{2 + \frac{17}{16}}; & & \end{array}$$

2.27 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[12]{3^6 \cdot 4^{12}}; & \text{e) } \sqrt[3]{64a^6b^9}; & \text{h) } \sqrt[4]{\frac{20a^6}{125b^{10}}}; \\ \text{b) } \sqrt[4]{2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 12^5}; & \text{f) } \sqrt[3]{x^6y^9(x-y)^{12}}; & \text{i) } \sqrt[8]{\frac{16x^5y^8}{81x}}. \\ \text{c) } \sqrt[6]{3^9 \cdot 8^2}; & \text{g) } \sqrt[5]{\frac{32a^{10}}{b^{20}}}; & \\ \text{d) } \sqrt[4]{9x^2y^4}; & & \end{array}$$

2.28 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (\sqrt{a+1})^6; & \text{d) } \sqrt[6]{\frac{0,008x^{15}y^9}{8a^{18}}}; & \text{g) } \sqrt[6]{a^2+2a+1}; \\ \text{b) } \sqrt[9]{27a^6b^{12}}; & \text{e) } \sqrt[10]{\frac{121a^5}{ab^2}}; & \text{h) } \sqrt[9]{a^3+3a^2+3a+1}; \\ \text{c) } \sqrt[12]{(2x+3)^3}; & \text{f) } \sqrt{\frac{25a^4b^8c^7}{c(a+2b)^6}}; & \text{i) } \sqrt{3a^2+\sqrt{a^4}}. \end{array}$$

2.29 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{x^4+2x^2+1}; & \text{e) } \sqrt[4]{\frac{16a^4b^6}{25x^2}}; & \text{h) } \sqrt{\frac{25a^4b^6}{a^4+4+4a^2}}; \\ \text{b) } \sqrt[10]{a^4+6a^2x+9x^2}; & \text{f) } \sqrt{\frac{2x^2-2}{8x^2-8}}; & \text{i) } \sqrt[9]{x^6+3x^5+3x^4+x^3}. \\ \text{c) } \sqrt[6]{8a^3-24a^2+24a-8}; & \text{g) } \sqrt[8]{a^4+2a^2x^2+x^4}; & \\ \text{d) } \sqrt[6]{\frac{9x^2}{y^6}}; & & \end{array}$$

2.30 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[4]{a^2+6a+9}; & \text{g) } \sqrt[18]{\frac{a^9+3a^8+3a^7+a^6}{9a^7+9a^5+18a^6}}; \\ \text{b) } \sqrt[9]{8x^3-12x^2+6x+x^3}; & \text{h) } \sqrt[6]{\frac{(x^2+1-2x)^3b}{b^7(x^3+3x^2+3x+1)^2}}; \\ \text{c) } \sqrt[4]{a^4(a^2-2a+1)}; & \text{i) } \sqrt{\frac{(x^3+x^2y)(a+2)}{2x+2y+ax+ay}}; \\ \text{d) } \sqrt[4]{(x^2-6x+9)^2}; & \\ \text{e) } \sqrt[12]{(x^2+6x+9)^3}; & \\ \text{f) } \sqrt{a^2+2a+1} - \sqrt{a^2-2a+1}; & \end{array}$$

2.31. [*] Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[2n]{16^{3n}}; & \text{d) } \sqrt[3n]{27^n \cdot 64^{2n}}; & \text{g) } \sqrt[5]{25x^3y^4}; \\ \text{b) } \sqrt[4n]{\frac{2^{3n}}{3^{2n}}}; & \text{e) } \sqrt[2n^2]{16^{2n} \cdot 81^{2n}}; & \text{h) } \sqrt[12]{81a^6b^{12}}; \\ \text{c) } \sqrt[n^2]{\frac{6^{2n}}{5^{3n}}}; & \text{f) } \sqrt[n+1]{16^{2n+2}}; & \text{i) } \sqrt[5]{32x^{10}}. \end{array}$$

2.5 - Moltiplicazione e divisione di radicali

2.32 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{45} \cdot \sqrt{5}; & \text{d) } \sqrt{75} \cdot \sqrt{12}; & \text{g) } \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{45}; \\ \text{b) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; & \text{e) } \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt{50}; & \text{h) } \sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{9}; \\ \text{c) } \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4}; & \text{f) } \sqrt{40} : (\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}); & \text{i) } \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{6} : \sqrt[5]{12}. \end{array}$$

2.33 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt[6]{81} \cdot \sqrt[6]{81} : \sqrt[6]{9}$; | e) $\sqrt[6]{81} \cdot \sqrt{3}$; |
| b) $\sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{5}{4}}$; | f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$; |
| c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}$; | g) $\sqrt{\frac{10}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{3}} : \sqrt[6]{\frac{4}{9}}$; |
| d) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{8}$; | h) $\sqrt{2^3 \cdot 3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^3}$. |

2.34 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\left(\sqrt[3]{\frac{42}{13}} : \sqrt[3]{\frac{91}{36}}\right) : \sqrt{13}$; | c) $\sqrt[3]{5 + \frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$; | g) $\sqrt[3]{-1 - \frac{1}{2}} : \sqrt{1 - \frac{1}{2}}$. |
| b) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{24}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{2}}$; | d) $\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[10]{2^4}$; | h) $\sqrt[3]{1 + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{2 + \frac{1}{4}}$. |
| | e) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{8}$; | |
| | f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$; | |

2.35. [*] Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[3]{9a} \cdot \sqrt[3]{12a}$; | c) $\sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b^2}$; | e) $\sqrt{\frac{1}{a^4}} \cdot \sqrt{\frac{a^6b}{2}} : \sqrt{\frac{2b}{a}}$; |
| b) $\sqrt{3a} : \sqrt{\frac{1}{5}a}$; | d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} : \sqrt[6]{x}$; | f) $\sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}a} : \sqrt[6]{3a}$. |

2.36 (*). Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\sqrt[3]{ax} \cdot \sqrt{xy} \cdot \sqrt[5]{ay}$; | c) $\sqrt{a^2 - b^2} : \sqrt{a + b}$; | e) $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$; |
| b) $\sqrt[3]{(x+1)^2} : \sqrt{x-1}$; | d) $\sqrt{a^2 - 3a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5}$; | f) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} : \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}$. |

2.37 (*). Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt{\frac{a^2+2a+1}{2a}} \cdot \sqrt{\frac{1+a}{a^2}} : \sqrt{\frac{2}{a}}$; | d) $\sqrt{a^4b} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2}{b}}$; |
| b) $\sqrt{\frac{a+1}{a-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-9}{a^2-1}}$; | e) $\sqrt[3]{\frac{a^2-2}{a+3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a+3}{a-2}}$; |
| c) $\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \cdot \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2-1}{x^2+x-6}}$; | f) $\sqrt{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} : \sqrt{x+y}$. |

2.38 (*). Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

- | | |
|--|---|
| a) $\sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}} : \sqrt{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$; | d) $\sqrt{\frac{a+2}{a-1}} : \sqrt[3]{\frac{(a-1)^2}{a^2+4a+4}}$; |
| b) $\frac{\sqrt{4a^2-9} \cdot \sqrt{2a-3}}{\sqrt[3]{2a+3}}$; | e) $\sqrt{\frac{x^2-4}{x+1}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x^3-2x^2}}$; |
| c) $\sqrt{\frac{9-a^2}{(a+3)^2}} \cdot \sqrt{\frac{27+9a}{3-a}}$; | f) $\sqrt[4]{\frac{a+b}{a^2-b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-2b}{a+2b}} \cdot \sqrt[6]{a^2 - 4b^2}$. |

2.39 (*). Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

- | |
|---|
| a) $\sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{xy}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+b)^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2y^3}{(a+b)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a^3b^2+a^2b^3}}$; |
| b) $\frac{\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y} - \frac{1}{x}}}{\sqrt{\frac{xy}{x+y}}}$. |

2.6 - Portare un fattore sotto il segno di radice**2.40 (*)**. Trasporta dentro la radice i fattori esterni.

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $2\sqrt{2}$; | f) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$; | j) $2\sqrt[3]{2}$; | n) $-2\sqrt[3]{2}$; |
| b) $3\sqrt{3}$; | g) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$; | k) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$; | o) $\frac{-1}{2}\sqrt[3]{4}$; |
| c) $2\sqrt{3}$; | h) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$; | l) $4\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; | p) $\frac{-1}{5}\sqrt{5}$; |
| d) $3\sqrt{2}$; | i) $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$; | m) $-3\sqrt{3}$; | q) $-\frac{1}{3}\sqrt[3]{9}$; |
| e) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; | | | r) $(1 + \frac{1}{2})\sqrt{2}$. |

2.41 (*). Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendo i casi letterali.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------------|--|
| a) $x\sqrt{\frac{1}{5}}$; | f) $a\sqrt{-a}$; | j) $\frac{a+1}{a+2}\sqrt{\frac{a^2+3a+2}{a^2+4a+3}}$; |
| b) $x^2\sqrt[3]{x}$; | g) $(a-1)\sqrt{a}$; | k) $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{x^2+x}{x-1}-x}$; |
| c) $a\sqrt{2}$; | h) $(x-2)\sqrt{\frac{1}{2x-4}}$; | l) $\frac{1}{x-1}\sqrt{x^2-1}$. |
| d) $x^2\sqrt[3]{3}$; | i) $x\sqrt{\frac{1}{x^2+x}}$; | |
| e) $2a\sqrt{5}$; | | |

2.7 - Portare un fattore fuori dal segno di radice**2.42 (*)**. Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|
| a) $\sqrt{250}$; | e) $\sqrt{20}$; | i) $\sqrt{98}$; | m) $\sqrt{75}$; |
| b) $\sqrt{486}$; | f) $\sqrt{0,12}$; | j) $\sqrt{50}$; | n) $\sqrt{40}$; |
| c) $\sqrt{864}$; | g) $\sqrt{45}$; | k) $\sqrt{300}$; | o) $\sqrt{12}$; |
| d) $\sqrt{3456}$; | h) $\sqrt{48}$; | l) $\sqrt{27}$; | p) $\sqrt{80}$. |

2.43 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|--|--|----------------------|
| a) $\sqrt{\frac{18}{80}}$; | e) $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{50}{4}}$; | j) $\sqrt[3]{24}$; |
| b) $\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{4}{9}}$; | f) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{27}}$; | k) $\sqrt[3]{108}$; |
| c) $\sqrt{1 - \frac{9}{25}}$; | g) $\frac{5}{7}\sqrt{\frac{98}{75}}$; | l) $\sqrt[4]{32}$; |
| d) $\sqrt{\frac{10}{3} + \frac{2}{9}}$; | h) $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1000}{81}}$; | m) $\sqrt[4]{48}$; |
| | i) $\sqrt[3]{250}$; | n) $\sqrt[4]{250}$; |
| | | o) $\sqrt[5]{96}$; |
| | | p) $\sqrt[5]{160}$. |

2.44 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{x^2y}$; | e) $\sqrt{9a^2b}$; | j) $\sqrt[3]{4a^4b^5}$; |
| b) $\sqrt{\frac{a^5}{b^2}}$; | f) $\sqrt{2a^2x}$; | k) $\sqrt[3]{27a^7b^8}$; |
| c) $\sqrt{\frac{a^2b^3c^3}{d^9}}$; | g) $\sqrt{x^3}$; | l) $\sqrt{18a^6b^5c^7}$. |
| d) $\sqrt{4ax^2}$; | h) $\sqrt{a^7}$; | |
| | i) $\sqrt[3]{16a^3x^4}$; | |

2.45 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{a^2 + a^3}; & \text{d) } \sqrt[3]{3a^5b^2c^9}; & \text{g) } \sqrt[6]{a^{42}b^{57}}; \\ \text{b) } \sqrt{4x^4 - 4x^2}; & \text{e) } \sqrt[4]{16a^4b^5c^7x^6}; & \text{h) } \sqrt[7]{a^{71}b^{82}}; \\ \text{c) } \sqrt{25x^7 - 25x^5}; & \text{f) } \sqrt[5]{64a^4b^5c^6d^7}; & \text{i) } \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5} + \sqrt{a^7}. \end{array}$$

2.8 - Potenza di radice e radice di radice

2.46 (*). Esegui le seguenti potenze di radici.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (\sqrt{3})^2; & \text{e) } (2\sqrt{3})^2; & \text{i) } \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2; & \text{l) } \left(\frac{1}{a}\sqrt{a}\right)^2; \\ \text{b) } \left(\sqrt[3]{2}\right)^3; & \text{f) } (3\sqrt{5})^2; & \text{j) } \left(\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{2}{3}}\right)^2; & \text{m) } (2\sqrt[3]{3})^3; \\ \text{c) } (\sqrt{4})^2; & \text{g) } (5\sqrt{2})^2; & \text{k) } (a\sqrt{2a})^2; & \text{n) } (3\sqrt[3]{3})^3; \\ \text{d) } \left(\sqrt[4]{2}\right)^6; & \text{h) } (-2\sqrt{5})^2; & \text{o) } \left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\right)^3; & \text{p) } \left(\frac{1}{9}\sqrt[3]{9}\right)^3. \end{array}$$

2.47 (*). Esegui le seguenti potenze di radici.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (\sqrt{3})^3; & \text{d) } \left(\sqrt[3]{2}\right)^6; & \text{g) } \left(\sqrt[3]{2}\right)^6; & \text{j) } \left(\sqrt[4]{16a^2b^3}\right)^2; \\ \text{b) } (2\sqrt{5})^3; & \text{e) } \left(\sqrt[3]{3}\right)^6; & \text{h) } \left(\sqrt[6]{3}\right)^4; & \text{k) } \left(\sqrt[3]{6a^3b^2}\right)^4; \\ \text{c) } \left(3\sqrt{2}\right)^3; & \text{f) } \left(\sqrt[3]{5}\right)^5; & \text{i) } \left(\sqrt[6]{3ab^2}\right)^4; & \text{l) } \left(\sqrt[3]{81ab^4}\right)^4. \end{array}$$

2.48 (*). Esegui le seguenti radici di radici.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt[3]{\sqrt{2}}; & \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{15}}; & \text{e) } \sqrt{\sqrt{16}}; & \text{g) } \sqrt[5]{\sqrt{a^{10}}}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{16}}; & \text{d) } \sqrt[5]{\sqrt{a^5}}; & \text{f) } \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}; & \text{h) } \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{a^{12}}}}. \end{array}$$

2.49 (*). Esegui le seguenti radici di radici.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{\sqrt[3]{3a}}; & \text{e) } \sqrt{2(a-b)} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{4a-4b}}}; \\ \text{b) } \sqrt{\sqrt[4]{3ab}}; & \text{f) } \sqrt{3(a+b)} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{3a+3b}}}; \\ \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt{(a+1)^5}}; & \\ \text{d) } \sqrt[4]{\sqrt{(2a)^5}}; & \end{array}$$

2.9 - Somma di radicali

2.50 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3\sqrt{2} + \sqrt{2}; & \text{e) } 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}; \\ \text{b) } \sqrt{3} - 3\sqrt{3}; & \text{f) } 2\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 4\sqrt{7}; \\ \text{c) } 8\sqrt{6} - 3\sqrt{6}; & \text{g) } 11\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - (8\sqrt{5} + 3\sqrt{2}); \\ \text{d) } \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 7\sqrt{5}; & \text{h) } 5\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - [2\sqrt{3} - (4\sqrt{7} - 3\sqrt{3})]. \end{array}$$

2.51 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|--|
| a) $\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{3}{4}\sqrt{2}$; | f) $-3\sqrt{7} + 4\sqrt{2} + \sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 8\sqrt{3}$; |
| b) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$; | g) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} - 7\sqrt{3} - 8\sqrt{5} - 9\sqrt{6}$; |
| c) $3\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{5}{6}\sqrt{2}$; | h) $\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$; |
| d) $5\sqrt{10} - (6 + 4\sqrt{19}) + 2 - \sqrt{10}$; | i) $5\sqrt{6} + 3\sqrt[4]{6} - 2\sqrt[4]{6} + 3\sqrt[3]{6} - 2\sqrt{6}$; |
| e) $\sqrt{5} + \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$; | j) $\sqrt{75} + 3\sqrt{18} - 2\sqrt{12} - 2\sqrt{50}$. |

2.52 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|--|---|
| a) $3\sqrt{128} - 2\sqrt{72} - (2\sqrt{50} + \sqrt{8})$; | d) $2\sqrt[3]{54} - \sqrt[4]{243} + 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[3]{250}$; |
| b) $3\sqrt{48} + 2\sqrt{32} + \sqrt{98} - (4\sqrt{27} + \sqrt{450})$; | e) $\sqrt{\frac{32}{25}} - \sqrt{\frac{108}{25}} + \sqrt{\frac{27}{49}} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{8}{9}}$; |
| c) $\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + 5\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$; | f) $2\sqrt{\frac{27}{8}} + 5\sqrt{\frac{3}{50}} + 7\sqrt{\frac{27}{98}} - 5\sqrt{\frac{147}{50}}$. |

2.53 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{4}{5}\sqrt{b} - \sqrt{a} + 0,4\sqrt{b}$; | d) $2\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x}$; |
| b) $\sqrt[3]{a-b} + \sqrt[3]{a^4 - a^3b} - \sqrt[3]{ab^3 - b^4}$; | e) $\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} + 2\sqrt{a+b}$; |
| c) $3\sqrt{x} - 5\sqrt{x}$; | f) $\frac{1}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{5}\sqrt{x} + 0,4\sqrt{a} - \frac{1}{2}\sqrt{a}$; |
| | g) $2a\sqrt{2a} - 7a\sqrt{2a} + 3a\sqrt{2a} - \frac{1}{2}\sqrt{a}$; |

2.54 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $6\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} - 7\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 9\sqrt{b} + \sqrt{a}$;
 b) $3\sqrt{xy} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{y} + 2\sqrt{xy} - 3(\sqrt{x} + \sqrt{y})$.

2.55 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | | |
|---|-------------------------|---|
| a) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 2)$; | e) $(\sqrt{3} + 1)^2$; | i) $(6 + 2\sqrt{3})^2$; |
| b) $(3\sqrt{2} - 1)(2\sqrt{2} - 3)$; | f) $(\sqrt{3} - 2)^2$; | j) $(\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{3})^2$; |
| c) $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$; | g) $(2 + \sqrt{5})^2$; | k) $(\sqrt{2} - 1)^2$; |
| d) $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{3} - \sqrt{2})$; | h) $(4 - \sqrt{3})^2$; | l) $(2\sqrt{2} - 1)^2$. |

2.56 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | | |
|--------------------------|------------------------------------|---|
| a) $(\sqrt{3} + 1)^2$; | e) $(2\sqrt{7} - \sqrt{5})^2$; | i) $(\sqrt{2} - 1 - \sqrt{5})^2$; |
| b) $(\sqrt{3} - 3)^2$; | f) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$; | j) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 1)^2$; |
| c) $(\sqrt{5} - 2)^2$; | g) $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$; | k) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})^2$; |
| d) $(2\sqrt{5} + 3)^2$; | h) $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2$; | l) $(\sqrt[3]{2} - 1)^3$. |

2.57 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|---|
| a) $(\sqrt[3]{3} + 1)^3$; | e) $[(\sqrt[4]{2} + 1)(\sqrt[4]{2} - 1)]^2$; |
| b) $(\sqrt[3]{2} - 2)^3$; | f) $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9})$; |
| c) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})^3$; | g) $(\sqrt{3} + \sqrt{3})\sqrt{3}\sqrt{3}$; |
| d) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{4})$; | h) $3\sqrt{3} + \sqrt{3} : \sqrt{3} - (1 + \sqrt{3})^2$; |

- i) $6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{25}$; k) $(1 + \sqrt{2})^2$;
 j) $(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{2a} + \sqrt[3]{4})$; l) $(2 - \sqrt{2})^2$.

2.58 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$; e) $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{7})^2$; i) $(x + \sqrt[3]{x})^3$;
 b) $(2\sqrt{2} - 1)^2$; f) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$; j) $(2x + \sqrt{x})(2x - \sqrt{x})$;
 c) $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$; g) $(\sqrt{x} - 1)^2$; k) $(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}})^2$;
 d) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2$; h) $(2x + \sqrt{x})^2$; l) $(\sqrt{a} + \frac{1}{a})(\sqrt{a} - \frac{1}{a})$.

2.59 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$;
 b) $(\sqrt{2} - 1)^2 - (2\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$;
 c) $(\sqrt{3} + 1)^2 + \sqrt{3}(\sqrt{3} - 3) - 2(\sqrt{3} + 3)(\sqrt{3} - 3)$;
 d) $(\sqrt{3} - 3)^2 + (\sqrt{3} - 3)^3 + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2)$;
 e) $(\sqrt{5} - 2)^2 - (2\sqrt{5} + 3)^2 + [(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + 1](\sqrt{5} + \sqrt{2})$;
 f) $(2\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{7} + \sqrt{5} + 1)^2 - \sqrt{35}$;
 g) $(\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)^2$;
 h) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

2.60. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $(\sqrt{x} - 1)^2 + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)$; e) $\sqrt{48x^2y} + 5x\sqrt{27y}$;
 b) $(\sqrt{2} - 1)^3 + (\sqrt{2} - 1)^2\sqrt{2} - 1$; f) $\sqrt{5}\sqrt{15} - 4\sqrt{3}$;
 c) $2\sqrt{54} - \sqrt[4]{243} + 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[3]{250}$; g) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})$;
 d) $(\sqrt{10} - \sqrt{7})(2\sqrt{10} + 3\sqrt{7})$; h) $\sqrt{27ax^4} + 5x^2\sqrt{75a}$.

2.61 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $\sqrt{125} + 3\sqrt[6]{27} - \sqrt{45} - 2\sqrt[4]{9} + \sqrt{20} + 7\sqrt[8]{81}$;
 b) $\sqrt[3]{a}\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a}\sqrt{a} \cdot \sqrt[9]{a^8}$;
 c) $\sqrt[5]{b}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b^2}\sqrt{b}\sqrt{b^2} : \sqrt[5]{b^4}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b}$;
 d) $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}} - \frac{1}{y^2} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x - 8y}$;
 e) $(\sqrt{2} + 3) \cdot (1 - \sqrt{3})^2$;
 f) $(\sqrt[3]{2} + 3) \cdot (1 - \sqrt[3]{3})^2$;
 g) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-1}}$;
 h) $\sqrt[5]{b}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b}\sqrt{b}\sqrt{b^2} : (\sqrt[5]{b}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b})$.

2.62 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $\sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{a^2 - b^2}} \sqrt{\frac{a - b}{2a + b}}$; c) $\sqrt{\frac{9a^2 - 6ab + b^2}{a^2 - b^2}} \sqrt{\frac{a + b}{3a - b}}$;
 b) $\sqrt{\frac{9a}{b}} \sqrt{\frac{b^2 - 2b}{3ab - 6a}}$; d) $\sqrt{\frac{x - y}{x + y}} \sqrt{\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2}}$;

$$e) \sqrt[3]{\frac{a}{a+3}} \sqrt{\frac{a}{a+3}} \sqrt{\frac{a}{a+3}} : \sqrt{\frac{a}{a+3}}; \quad f) \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \sqrt{\frac{1}{x-1}} \cdot \sqrt[4]{x+1}.$$

2.63 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{aligned} a) & \sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a(a+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+1)^3}{(a-1)^2}}; \\ b) & \left(\sqrt{\frac{1}{b^4} + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{\frac{ab^5+ab^4}{a}} - 2\sqrt{b+1} \right) \cdot \frac{b^2}{(b+1)^2}; \\ c) & \left(\sqrt[3]{y^x} \sqrt[4]{y} + \sqrt[6]{y^2} \sqrt[2]{y} \right) \cdot \sqrt[3]{y} \sqrt[4]{\frac{1}{y}}; \\ d) & \sqrt[4]{\frac{b^2-1}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3b-3}{6b^2}} : \sqrt[6]{\frac{(b-1)^4}{4b^5}}; \\ e) & \sqrt[3]{\frac{a^2+2a+1}{ab-b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2-2a+1}{ab+b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^2(a-1)^2}{2a^2+4a+2}}; \\ f) & \sqrt[3]{\frac{x^2+2xy+y^2}{x+3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5x}{x^2+6x+9}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x+y}{5x}}. \end{aligned}$$

2.64 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{aligned} a) & \sqrt[3]{\frac{x^2-x}{x+1}} \cdot \sqrt[15]{\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}} \cdot \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+1}}; \\ b) & \sqrt{\frac{25x^3+25x^2}{y^3-y^2}} + \sqrt{\frac{x^3+x^2}{y^3-y^2}} - x\sqrt{\frac{4x+4}{y^3-y^2}}; \\ c) & \left(\sqrt{\frac{1}{y^4} + \frac{1}{y^3}} + \sqrt{\frac{xy^5+xy^4}{x}} - 2\sqrt{y+1} \right) : \frac{(y+1)^2}{y^2}; \\ d) & \sqrt[4]{\frac{a^2-a}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[12]{\frac{a^2-2a+1}{(a-1)^7}} : \sqrt[3]{\frac{2a^2-2a+1}{a^3-a^2} - \frac{1}{a-1}}; \\ e) & \sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{xy}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+b)^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2y^3}{(a+b)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a^3b^2+a^2b^3}}; \\ f) & \sqrt[6]{\frac{1}{x} + 4x - 4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x} + 4x + 4} \cdot \sqrt{\frac{x}{4x^2-1}}. \end{aligned}$$

2.65. [*] Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{aligned} a) & \sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a(a+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2}}; \\ b) & \left(\sqrt[3]{\frac{a}{3}} - 2 + \frac{3}{a} \cdot \sqrt[6]{\frac{9a^2(a+3)^3}{(a-3)^2}} \right) : \sqrt{\frac{a^2-9}{3a}}; \\ c) & \sqrt[4]{\frac{a^3-a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[12]{\frac{a^2-2a+1}{(a-1)^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a^2-2a+1}{a^3-a^2} - \frac{1}{a-1}}; \\ d) & \sqrt{1 - \frac{1}{y} + \frac{1}{4y^2}} : \left(\sqrt[6]{\frac{1}{8y^3+12y^2+6y+1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4y^2}} \right); \\ e) & \sqrt[3]{1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{4a^2}} : \left(\sqrt{1 - \frac{1}{4a^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{8a^3+12a^2+6a+1}} \right); \\ f) & \sqrt{\frac{1}{5a} + \frac{1}{25a^2}} + \sqrt{\frac{25a^2-1}{20a^3-4a^2}} - \sqrt{\frac{5a+1}{100a^2}}. \end{aligned}$$

2.66. [*] Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{aligned} a) & \sqrt[3]{\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x - 8y}; \\ b) & \sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{4x^2}} + \sqrt{\frac{4x^3-4y^3}{x-y}} + \sqrt{4x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2}; \\ c) & \sqrt{\frac{a^3+2a^2+a}{a^2+6a+9}} + \sqrt{\frac{a^3+4a^2+4a}{a^2+6a+9}} - \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} & \sqrt{4x-12y} + \sqrt{\frac{x^3-3x^2y}{y^2}} + \sqrt{\frac{xy^2-3y^3}{x^2}}; \\ \text{e)} & \left(\sqrt[6]{\frac{1}{x^2-2x+1}} + \sqrt[6]{\frac{64a^6}{x^2-2x+1}} + \sqrt[6]{\frac{a^{12}}{x^2-2x+1}} \right) \cdot \sqrt[3]{x-1}; \\ \text{f)} & \left(\sqrt[3]{y^x} \sqrt[4]{y} + \sqrt[6]{y^2} \sqrt[2]{y} \right) \cdot 4x^2 \sqrt{\frac{1}{y}}. \end{aligned}$$

2.67 (*). Esegui trasformando i radicali in potenze con esponente frazionario.

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{a^3 \sqrt{a^3 a^2}} \cdot \sqrt[3]{a^3 \sqrt{\frac{1}{a}}} : \sqrt{\frac{1}{a}}; & \text{c)} & \sqrt[3]{a \sqrt{a}} \cdot \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a \sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a \sqrt{a}}; \\ \text{b)} & \sqrt[5]{a \sqrt{a^3}} \cdot \sqrt{a \sqrt[7]{\frac{1}{a^2}}} : \sqrt[7]{a^4 \sqrt{a}}; & \text{d)} & \sqrt[5]{b \sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b^2 \sqrt{b \sqrt{b^2}}} : \sqrt[5]{b^4 \sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b}. \end{aligned}$$

2.10 - Razionalizzazione del denominatore di una frazione

2.68 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{1}{\sqrt{3}}; & \text{d)} \frac{10}{\sqrt{5}}; & \text{g)} \frac{3}{\sqrt{27}}; & \text{j)} \frac{2}{3\sqrt{6}}; \\ \text{b)} \frac{2}{\sqrt{2}}; & \text{e)} -\frac{2}{\sqrt{3}}; & \text{h)} \frac{4}{\sqrt{8}}; & \text{k)} -\frac{3}{4\sqrt{5}}; \\ \text{c)} \frac{5}{\sqrt{10}}; & \text{f)} \frac{4}{2\sqrt{2}}; & \text{i)} -\frac{10}{5\sqrt{5}}; & \text{l)} \frac{1}{\sqrt{50}}. \end{array}$$

2.69. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{9}{\sqrt{18}}; & \text{d)} \frac{5}{\sqrt{125}}; & \text{g)} \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{50}}; & \text{j)} \frac{a}{\sqrt{a}}; \\ \text{b)} \frac{7}{\sqrt{48}}; & \text{e)} \frac{6}{5\sqrt{120}}; & \text{h)} 3 \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{324}}; & \text{k)} \frac{x}{\sqrt{x}}; \\ \text{c)} \frac{3}{\sqrt{45}}; & \text{f)} \frac{1}{3\sqrt{20}}; & \text{i)} \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{2}}}; & \text{l)} \frac{ax}{\sqrt{2a}}. \end{array}$$

2.70 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{2a}{\sqrt{2}}; & \text{d)} \frac{x^2}{a\sqrt{x}}; & \text{g)} \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; & \text{j)} \frac{\sqrt{3}+2}{2\sqrt{3}}; \\ \text{b)} \frac{a}{2\sqrt{a}}; & \text{e)} \frac{3x}{\sqrt{12x}}; & \text{h)} \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}; & \text{k)} \frac{\sqrt{3}-1}{3\sqrt{3}}; \\ \text{c)} \frac{x}{3\sqrt{2x}}; & \text{f)} \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; & \text{i)} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}; & \text{l)} \frac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}. \end{array}$$

2.71 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{\sqrt{5}-5\sqrt{2}}{\sqrt{10}}; & \text{d)} \frac{9-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; & \text{g)} \frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x^2-y^2}}; & \text{j)} \frac{2}{\sqrt[3]{4}}; \\ \text{b)} \frac{\sqrt{16}+\sqrt{40}}{\sqrt{8}}; & \text{e)} \frac{3a-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}; & \text{h)} \frac{x}{\sqrt{2x+1}}; & \text{k)} \frac{3}{\sqrt[3]{5}}; \\ \text{c)} \frac{\sqrt{10}+\sqrt{20}}{2\sqrt{5}}; & \text{f)} \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a+b}}; & \text{i)} \frac{1}{\sqrt[3]{2}}; & \text{l)} \frac{4}{\sqrt[3]{6}}. \end{array}$$

2.72. Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{1}{\sqrt[3]{2}}; & \text{d)} \frac{4}{\sqrt[3]{6}}; & \text{g)} \frac{2}{\sqrt[5]{9}}; & \text{j)} \frac{16}{\sqrt[3]{36}}; \\ \text{b)} \frac{2}{\sqrt[3]{4}}; & \text{e)} \frac{2}{3\sqrt[3]{2}}; & \text{h)} \frac{3}{2\sqrt[3]{27}}; & \text{k)} \frac{9}{\sqrt[4]{2025}}; \\ \text{c)} \frac{3}{\sqrt[3]{5}}; & \text{f)} \frac{6}{5\sqrt[3]{100}}; & \text{i)} \frac{10}{\sqrt[5]{125}}; & \text{l)} \frac{1}{\sqrt[5]{144}}. \end{array}$$

2.73 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{ab}{\sqrt[3]{a^2b}}$;	d) $\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt[4]{27ab^2c^5}}$;	g) $\frac{\sqrt[3]{x^2y} + \sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{xy}}$;	j) $\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$;
b) $\frac{ab^2}{\sqrt[3]{ab^2}}$;	e) $\frac{5x}{\sqrt[3]{x\sqrt{5}}}$;	h) $\frac{3-a\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9a}}$;	k) $\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$;
c) $\frac{3a^2b}{\sqrt[4]{9ab^3}}$;	f) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[5]{16a^2b^3c^4}}$;	i) $\frac{1-\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{4a^2x}}$;	l) $\frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{5}}}$.

2.74. [*] Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{7}}}$;	d) $\frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{3-1}}$;	g) $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$;	j) $\frac{a+b}{\sqrt{a+\sqrt{ab}}}$;
b) $\frac{3}{\sqrt{2+1}}$;	e) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$;	h) $\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{y}}}$;	k) $\frac{x}{\sqrt{y-\sqrt{x+y}}}$;
c) $\frac{2}{\sqrt{2-1}}$;	f) $\frac{3}{2+3\sqrt{3}}$;	i) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-\sqrt{y}}}$;	l) $\frac{\sqrt{2-1}}{\sqrt{3-\sqrt{3}}}$.

2.75. Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}$;	d) $\frac{a-x}{\sqrt{a-2\sqrt{x}}}$;	g) $\frac{-3}{\sqrt{2-\sqrt{3}+1}}$;	j) $\frac{3}{\sqrt[3]{2+\sqrt[3]{9}}}$;
b) $\frac{7}{\sqrt{7+2\sqrt{6}}}$;	e) $\frac{x+1}{\sqrt{x(x+1)}}$;	h) $\frac{2}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2}$;	k) $\frac{6}{\sqrt[3]{3-\sqrt[3]{5}}}$;
c) $\frac{a-2}{\sqrt{a-2}}$;	f) $\frac{4}{\sqrt{5+\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$;	i) $\frac{(a+b)^2}{\sqrt{a+\sqrt{b}-\sqrt{ab}}}$;	l) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{4+\sqrt[3]{9}}}$.

2.76 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3}}$;	e) $\frac{2}{\sqrt[3]{2-1}}$;	i) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5+\sqrt{2}+\sqrt{3}}}$;
b) $\frac{\sqrt{2+1}}{\sqrt[3]{2-1}}$;	f) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}$;	j) $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$;
c) $\frac{3}{\sqrt[3]{4-\sqrt[3]{2}}}$;	g) $\frac{a-b}{\sqrt{a+\sqrt{b}}}$;	k) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}}{\sqrt{5-\sqrt{2}+\sqrt{3}}}$;
d) $\frac{a-4b^2}{\sqrt{a-2b}}$;	h) $\frac{1}{\sqrt{a-\sqrt{b}}} + \frac{3\sqrt{a-\sqrt{b}}}{a-b}$;	l) $\frac{a+2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a+\sqrt{b}}}$.

2.11 - Radicali doppi

2.77 (*). $a^2 - b$ deve essere un quadrato perfetto per applicare la formula di trasformazione.

a) $\sqrt{12-\sqrt{23}}$;	d) $\sqrt{3+\sqrt{5}}$;	g) $\sqrt{4-\sqrt{7}}$;	j) $\sqrt{6-3\sqrt{3}}$;
b) $\sqrt{12+2\sqrt{5}}$;	e) $\sqrt{3-\sqrt{8}}$;	h) $\sqrt{5+\sqrt{21}}$;	k) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$;
c) $\sqrt{15+\sqrt{29}}$;	f) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$;	i) $\sqrt{6+4\sqrt{2}}$;	l) $\sqrt{6-\sqrt{11}}$.

2.78 (*). $a^2 - b$ deve essere un quadrato perfetto per applicare la formula di trasformazione.

a) $\sqrt{7+3\sqrt{5}}$;	c) $\sqrt{7-\sqrt{33}}$;	e) $\sqrt{7-\sqrt{13}}$;	g) $\sqrt{8-\sqrt{55}}$;
b) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$;	d) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}$;	f) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$;	h) $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$.

2.79. $a^2 - b$ deve essere un quadrato perfetto per applicare la formula di trasformazione.

- a) $\sqrt{8 - \sqrt{39}}$; d) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$; f) $\sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}}$; h) $\sqrt{10 + \sqrt{19}}$.
 b) $\sqrt{8 - 4\sqrt{7}}$; e) $\sqrt{\frac{15}{2} - \sqrt{\frac{86}{9}}}$; g) $\sqrt{\frac{8}{5} - \sqrt{\frac{7}{4}}}$;
 c) $\sqrt{8 + \sqrt{15}}$;

2.12 - Equazioni, disequazioni, sistemi

2.80 (*). Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

- a) $\sqrt{2}x = 2$; e) $x - \sqrt{3} = 2(x - \sqrt{3})$;
 b) $\sqrt{2}x = \sqrt{12}$; f) $2\sqrt{3}x - \sqrt{2} = \sqrt{2}$;
 c) $2x = \sqrt{6}$; g) $2x + \sqrt{5} = \sqrt{5}x + 2$;
 d) $\sqrt{2}x = \sqrt{6} + \sqrt{14}$; h) $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{2}(1 - \sqrt{2})$.

2.81 (*). Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

- a) $\frac{1-x}{\sqrt{2}} - \frac{x}{\sqrt{8}} = x - \sqrt{2}$; d) $\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} = 2$;
 b) $2x - (x + \sqrt{3})\sqrt{2} = 2x + 3\sqrt{5}$; e) $(x + \sqrt{2})^2 - (x + \sqrt{3})^2 = 6$.
 c) $\frac{x+1}{\sqrt{2}} + \frac{x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x-1}{2}$;

2.82 (*). Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

- a) $\frac{x-\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}-3x}{4} = 2x$; c) $\frac{\sqrt{3}}{3x-6} - \frac{1}{20-10x} = \sqrt{3} + 2$;
 b) $2(x-1)^2 - \sqrt{2}x = 1 + 2x(x-2)$; d) $\frac{3x-2}{\sqrt{8x-\sqrt{32}}} + \frac{5x}{4\sqrt{3x-8\sqrt{3}}} = 0$.

2.83 (*). Risolvi le seguenti disequazioni a coefficienti irrazionali.

- a) $4x + \sqrt{2} < 2x - \sqrt{2}$;
 b) $(\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} + \sqrt{2}x) < 3\sqrt{2}$;
 c) $x\sqrt{2} + \sqrt{5} > \sqrt{10}$;
 d) $3(x - \sqrt{3}) < 2(x + \sqrt{3}) - \sqrt{6}$;
 e) $\frac{x-\sqrt{2}}{2} \leq \frac{2x-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

2.84 (*). Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni a coefficienti irrazionali.

- a) $\begin{cases} \sqrt{2}x \geq 2 \\ (3 - \sqrt{2})x < \sqrt{2} \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2(x - \sqrt{2}) > 3x - \sqrt{3} \\ (x - \sqrt{2})^2 > (x - \sqrt{3})^2 - \sqrt{3} \end{cases}$.

2.85 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

- a) $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}$; c) $\begin{cases} x + 2y = \sqrt{2} - 1 \\ 2x - 2y = 2\sqrt{2} \end{cases}$;
 b) $\begin{cases} x - \sqrt{3} = 2 - y \\ x + 2 = y + \sqrt{3} \end{cases}$; d) $\begin{cases} \frac{2(x+\sqrt{3})}{\sqrt{2+2\sqrt{3}}} = \frac{y}{\sqrt{2}} \\ \frac{2x-y}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

2.86 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + \sqrt{3}y = 2 \\ \sqrt{3}x - 4y = 1 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} \sqrt{3}x + 4\sqrt{2}y = 4 \\ \sqrt{12}x + 8\sqrt{2}y = 8 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} \sqrt{2}x - y = 1 \\ 2x + \sqrt{2}y = 0 \end{cases} ; & \text{e) } \begin{cases} 2x + 3\sqrt{2}y = 2 \\ \sqrt{3}x - y = -\sqrt{8} \end{cases} . \\ \text{c) } \begin{cases} 4x - 2\sqrt{5}y = \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x + y = -2 \end{cases} ; & \end{array}$$

2.87 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + y = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{8}x + 2\sqrt{2}y = -5\sqrt{11} \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} \sqrt{2}x + 2y = 4 \\ 2x + \sqrt{32}y = -1 \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x - 3\sqrt{3}y = \sqrt{27} \\ -\sqrt{3}x + \sqrt{243}y = 0 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x - y\sqrt{3} = 2 \\ x\sqrt{3} - y = 1 \end{cases} . \end{array}$$

2.88 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x - 2y\sqrt{2} = \sqrt{2} \\ x\sqrt{2} + y = \sqrt{2} \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y\sqrt{2} = 0 \\ x + y = \sqrt{8} \end{cases} ; \\ \text{b) } \begin{cases} x\sqrt{2} + y = 1 \\ x + y\sqrt{2} = 0 \end{cases} ; & \text{d) } \begin{cases} x\sqrt{3} + 4y\sqrt{2} = 4 \\ x\sqrt{12} + 8y\sqrt{2} = -4 \end{cases} . \end{array}$$

2.89 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x - 3y\sqrt{3} = 0 \\ -x\sqrt{3} + 9y = 0 \end{cases} ; & \text{c) } \begin{cases} x\sqrt{2} - 2y = -1 \\ x\sqrt{8} - y = 0 \end{cases} . \\ \text{b) } \begin{cases} x + y = 3\sqrt{5} \\ 2x - y = \sqrt{5} \end{cases} ; & \end{array}$$

Esercizi di riepilogo

2.90. Vero o Falso? È dato un quadrato di lato $3\sqrt{2}$.

- a) Il suo perimetro è in numero irrazionale
b) La sua area è un numero irrazionale

V	F
V	F

2.91. Vero o Falso? È dato un rettangolo di base $\sqrt{12}$ e altezza 14.

- a) il suo perimetro è un numero irrazionale
b) la sua area è un numero razionale
c) il perimetro non esiste perché non si sommano razionali con irrazionali
d) la misura del perimetro è un numero sia razionale che irrazionale

V	F
V	F
V	F
V	F

2.92. Vero o Falso? Un triangolo rettangolo ha i cateti lunghi rispettivamente $\sqrt{3}$ cm e $\sqrt{13}$ cm.

- a) l'ipotenusa ha come misura un numero razionale
b) il perimetro è un numero irrazionale

V	F
V	F

c) l'area è un numero irrazionale

V F

2.93. Vero o Falso? È dato un quadrato di lato $1 + \sqrt{5}$.

a) la misura della diagonale è un numero irrazionale

V F

b) l'area è un numero irrazionale

V F

2.94. Vero o Falso? È dato un rettangolo di base $\sqrt{12}$ e altezza $\sqrt{3}$.

a) il perimetro è un numero irrazionale

V F

b) l'area è un numero irrazionale

V F

c) la misura della diagonale è un numero irrazionale

V F

d) il quadrato della misura del perimetro è un numero irrazionale

V F

2.95. Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 7 cm. Determina, se esiste, una possibile misura dell'altro cateto in modo che questa sia un numero irrazionale e che l'ipotenusa sia, invece, un numero razionale.

2.96. Perché l'uguaglianza $\sqrt{(-5)^2} = -5$ è falsa?

2.97. Determina il valore di verità delle seguenti affermazioni.

a) la radice terza del triplo di a è uguale ad a ;

b) dati due numeri reali positivi, il quoziente delle loro radici quadrate è uguale alla radice quadrata del quoziente;

c) il doppio della radice quadrata di a è uguale alla radice quadrata del quadruplo di a ;

d) dati due numeri reali positivi, la somma delle loro radici cubiche è uguale alla radice cubica della loro somma;

e) la radice cubica di 2 è la metà della radice cubica di 8;

f) dati un numero reale positivo, la radice quadrata della sua radice cubica è uguale alla radice cubica della sua radice quadrata;

g) sommando due radicali letterali simili si ottiene un radicale che ha la stessa parte letterale dei radicali dati.

2.98. Riscrivi in ordine crescente i radicali $\sqrt{5}$, $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$,

2.99. Verifica che il numero irrazionale $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$ appartiene all'intervallo $(1; 2)$ e rappresentalo sull'asse dei numeri reali.

2.100. Dati i numeri $\alpha = \sqrt[3]{(\sqrt{30} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{30} + \sqrt{3})} + \sqrt[4]{(7\sqrt{2} - \sqrt{17}) \cdot (7\sqrt{2} - \sqrt{17})}$ e $\beta = (3 + \sqrt{5}) \cdot (3 - \sqrt{5}) - \frac{3}{2 + \sqrt{5}}$, quali affermazioni sono vere?

a) sono entrambi irrazionali;

d) α è maggiore di β ;

b) solo α è irrazionale;

e) β è irrazionale negativo.

c) α è minore di β ;

2.101. Le misure rispetto al cm dei lati di un rettangolo sono i numeri reali $l_1 = \sqrt[3]{1 - \frac{1}{8}} \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{2}{7}} \cdot \sqrt[3]{25}$ e $l_2 = \sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot (\sqrt[8]{6})^3 : \sqrt[4]{\sqrt{6}}$. Determinare la misura del perimetro e della diagonale del rettangolo.

2.102. Se x è positivo e diverso da 1, l'espressione $E = \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{\sqrt{x}+1}} : \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{x}-1} + \frac{4}{\sqrt{x}+1}}$ è uguale a:

- a) $\sqrt[4]{\frac{1}{x}}$; b) $\sqrt[8]{\frac{1}{x}}$; c) $\frac{1}{x}$; d) $\sqrt[8]{x}$; e) 0.

2.103. Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa. Per tutte le coppie (a, b) di numeri reali positivi con $a = 3b$, l'espressione $E = \frac{\sqrt{a+\sqrt{b}}}{\sqrt{a-\sqrt{b}}} + \frac{\sqrt{a-\sqrt{b}}}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} - \frac{a+b}{a-b}$ ha il numeratore doppio del denominatore.

2.104. Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali per i valori indicati delle lettere.

- a) $x + 2\sqrt{3}$ per $x = \sqrt{3}$ c) $x^2 + x - 1$ per $x = \sqrt{2}$ e) $(x + 2\sqrt{2})^2$ per $x = \sqrt{2}$
 b) $\sqrt{2}x + 3\sqrt{6}$ per $x = \sqrt{3}$ d) $x^2 + \sqrt{5}x - 1$ per $x = \sqrt{5}$

2.105. Trasforma in un radicale di indice 9 il seguente radicale $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}}{\sqrt{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2}}} : \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + 1$.

2.106 (*). Risolvi le seguenti equazioni.

- a) $\frac{x\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3x+3}{\sqrt{3}}$; b) $\frac{\sqrt{3}+x}{x-\sqrt{3}} + \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} = 2$.

2.107. Per quale valore di k il sistema lineare è determinato? $\begin{cases} x\sqrt{3} + (k - \sqrt{3})y = 1 \\ -2x + y\sqrt{6} = -k \end{cases}$.

2.108. L'insieme di soluzioni della disequazione $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 0$ è:

- a) $x \geq 0$; b) $x \leq 0$; c) $x > 0$; d) $x < 0$; e) \mathbb{R} .

2.109. Data l'espressione $E = \frac{2a-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{(a+2)\cdot\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} - 1$, stabilire se esistono valori di a che la rendono positiva.

2.110. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$

- a) determina il suo dominio;
 b) riscrivi la funzione razionalizzando il denominatore;
 c) calcola $f(2)$;
 d) per quali valori di x si ha $f(x) > 0$?;
 e) risolvi l'equazione $f(x) = 0$.

2.13.2 Risposte

2.6. b) 4, h) $-\frac{4}{5}$, i) $\frac{10}{3}$.

2.7. e) 3, h) \emptyset .

2.8. b) 3, d) $\frac{2}{3}$, h) 2.

2.9. c) 3, e) 0,2, i) 5.

2.10. d) $2a + 1$, e) $a^2 + 3$, f) $1 - 2x$.

2.11. a) $\forall x \in \mathbb{R}$, b) $x \leq 1$, c) $x > -1$, d) $y \geq 0$, f) $x > 1$.

2.12. a) $x \geq -1$, d) \emptyset , i) -12 .

2.13. a) $-2 < x \leq 5$, e) $b < -2 \vee b > 2$.

2.14. b) $0 \leq x \leq 1 \vee x > 4$, e) $-2 < a < 0 \vee a > 4$.

2.15. a) $\forall x \in \mathbb{R}$, d) $\forall x \in \mathbb{R}$, g) $-2 < x < -1 \vee x > 0$, i) $x > 0$, f) \emptyset .

2.17. a) 4, f) 25, i) 2.

2.18. c) $5^{\frac{3}{7}}$, g) $25^{-\frac{1}{3}}$.

2.19. a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{(a^2+1)^2+1}}$.

2.23. c) $\sqrt{2}$, e) $\sqrt{10}$, i) $\sqrt{5}$.

2.24. b) 2, d) $\sqrt[3]{\frac{4}{11}}$, h) $\sqrt[3]{-3}$.

2.25. a) \emptyset , e) $\sqrt[5]{5}$, g) 12.500.

2.26. b) 5, d), e) $\frac{9}{4}$, g) 2.

2.27. a) $4 \cdot \sqrt{3}$, e) $4a^2b^3$, i) $|y| \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |x|}{3}}$.

2.28. a) $\sqrt{(2x+3)}$, e) $\sqrt[5]{\frac{11a^2}{b}}$, i) $2 \cdot |a|$.

2.29. b) $\sqrt[5]{|a^2+3x|}$, f) $\frac{1}{2}$, h) $\frac{5a^2|b|^3}{a^2+2}$.

2.30. c) $|a| \sqrt{|a-1|}$, d) $|x-3|$, h) $\frac{|x-1|}{|b||x+1|}$.

2.31. b) $\sqrt[4]{\frac{8}{9}}$, e) $\sqrt[5]{6^4}$, i) $2x^2$.

2.32. a) 15, d) 30, i) 1.

2.33. c) $\sqrt[6]{3^7}$, e) $\sqrt[6]{3^7}$, h) $\sqrt[6]{\frac{3^2 \cdot 5^3}{4^2}}$.

2.34. b) $\frac{5}{4}$, d) 2, e) 60, h) $\sqrt[6]{\frac{3^5}{2^5}}$.

- 2.35. b) $\sqrt{15}$, c) $2ab$, e) $\sqrt[6]{\frac{2^3 a^2}{3^4}}$.
- 2.36. b) $\sqrt[6]{\frac{(x+1)^4}{(x-1)^3}}$, c) $\sqrt{a-b}$, e) $\sqrt[6]{\frac{(1-x)^4}{(1+x)(1+x^2)^2}}$.
- 2.37. b) $\sqrt[6]{\frac{(a+1)(a+3)^2}{(a-3)(a-1)^2}}$, c) $\sqrt[6]{\frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+3)}}$, f) $\sqrt{\frac{x-y}{xy}}$.
- 2.38. a) $\sqrt{\frac{a+b}{ab}}$, d) $\sqrt[6]{\frac{(a+2)^7}{(a-1)^7}}$, e) $\sqrt[6]{\frac{x+2}{x^2(x+1)}}$.
- 2.39. a) $\sqrt[4]{\frac{a+b}{x}}$.
- 2.40. a) $\sqrt{2^3}$, g) $\sqrt{\frac{3}{4}}$, o) $-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$.
- 2.41. b) $\sqrt[3]{x^7}$, g) $\sqrt{(a-1)^2 a}$.
- 2.42. a) $5\sqrt{10}$, b) $9\sqrt{6}$, c) $12\sqrt{6}$, d) $24\sqrt{6}$, k) $10\sqrt{3}$.
- 2.43. b) $\frac{1}{6}\sqrt{97}$, g) $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
- 2.44. e) $3|a|\sqrt{b}$, C. E. $b \geq 0$.
- 2.45. b) $|2x|\sqrt{x^2-1}$, C. E. $x \leq 1 \vee x \geq 1$, i) $(a+a^2+a^3)\sqrt{a}$.
- 2.46. d) $\sqrt{2^3}$, l) $2a^3$, p) $\frac{1}{9}$.
- 2.47. j) $\sqrt{2^4 a^2 |b^3|}$.
- 2.48. h) $\sqrt[3]{a^2}$.
- 2.49. f) $\sqrt[3]{3(a+b)}$, C. E. $a > b$.
- 2.50. c) $5\sqrt{6}$, f) $-\sqrt{7}$, g) $3(\sqrt{5}+3\sqrt{2})$, h) $7\sqrt{7}$.
- 2.51. c) $\sqrt{5}-\frac{1}{6}\sqrt{2}$, j) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.
- 2.52. a) 0, b) 0, c) $\sqrt[4]{2}+12\sqrt[3]{2}$, d) $\sqrt[3]{2}+3\sqrt[4]{3}$, e) $\frac{2}{15}\sqrt{2}-\frac{4}{7}\sqrt{3}$, f) 0.
- 2.53. a) $-\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{5}\sqrt{b}$, b) $(1+a-b)\sqrt[3]{a-b}$.
- 2.54. a) $9\sqrt{b}-\sqrt{ab}$.

- 2.55. e) $4 + 2\sqrt{3}$, f) $7 - 4\sqrt{3}$, g) $9 + 4\sqrt{5}$, h) $19 - 8\sqrt{3}$, i) $48 + 24\sqrt{3}$, j) $\frac{27}{4} - \sqrt{18}$.
- 2.56. i) $8 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}$, l) $1 - 3\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2}$.
- 2.57. i) $3\sqrt{5} + 25$.
- 2.58. f) $-19 - 12\sqrt{6}$, k) $a + 2 + \frac{1}{a}$.
- 2.59. a) $x - y$, g) 6.
- 2.61. c) $\sqrt[5]{b^7}$, h) \sqrt{b} .
- 2.62. e) $\sqrt[12]{\frac{a}{a+3}}$, f) $\sqrt[8]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5}$.
- 2.63. a) $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^3}}$, b) $(b-1)^2\sqrt{b+1}$, c) $2\sqrt[3]{y^2}$, d) $\sqrt[12]{\frac{(b+1)^3}{b(b-1)}}$, e) $\sqrt[4]{\frac{(a-1)^2}{2}}$, f) $\frac{x+y}{x+3}$.
- 2.64. a) $\sqrt[3]{x}$, c) $(y-1)^2\sqrt{y+1}$, d) $\sqrt[12]{\frac{a^{11}}{(a^2-1)^6}}$, e) $\sqrt[24]{\frac{a^{10}b^{10}(a+b)^{11}}{x^{11}}}$, f) $\sqrt[6]{\frac{2x+1}{2x-1}}$.
- 2.65. a) $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^2}}$, b) $\sqrt[6]{\frac{27a^3}{a-3}}$, c) $\sqrt[6]{\frac{a-1}{a(a+1)^3}}$, d) $\sqrt{2y-1}$, e) $\sqrt[6]{4a^2(2a-1)}$, f) $\frac{3}{5a}\sqrt{5a+1}$.
- 2.66. a) $\frac{(1-y)^2}{y}\sqrt[3]{x-y}$, b) $\frac{(1+2x)^2}{2x}\sqrt{x^2+xy+y^2}$, c) \sqrt{a} , d) $\frac{(x+y)^2}{xy}\sqrt{x-3y}$, e) $(1+a)^2$.
- 2.67. a) $\sqrt{a^3}$, b) $\sqrt[4]{a^3}$, c) $\sqrt[9]{a^{19}}$, d) $\sqrt[5]{b^7}$.
- 2.68. d) $2\sqrt{5}$, h) $\sqrt{2}$, j) $\frac{\sqrt{6}}{9}$, d), e), f).
- 2.70. c) $\frac{\sqrt{2x}}{6}$.
- 2.71. c) $\frac{\sqrt{2+2}}{2}$, l) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{36}$.
- 2.73. b) $\sqrt[3]{a^2b}$.
- 2.74. d) $3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$.
- 2.77. d) $\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- 2.78. d) $\sqrt{6} + 1$.
- 2.80. e), f) $\frac{\sqrt{6}}{3}$, g) 1, h) $4 - 3\sqrt{2}$.

- 2.81. a) $18 - 12\sqrt{2}$, b) $-\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{10}}{2}$, c) $-(1 + \sqrt{2})$, e) \emptyset , f) $\frac{-7(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2}$.
- 2.82. a) $-\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}$, b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, c) $\frac{36+17\sqrt{3}}{30}$, d) $\frac{36-10\sqrt{6}}{29}$.
- 2.83. a) $x < -\sqrt{2}$, b) $x > \frac{\sqrt{2}-6}{2}$, c) $x > \frac{\sqrt{10}(\sqrt{2}-1)}{2}$, d) $x < 5\sqrt{3} - \sqrt{6}$, e) $x \geq \frac{4\sqrt{3}-4+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{7}$.
- 2.84. a) \emptyset , b) $\frac{\sqrt{3}-3+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} < x < \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$.
- 2.85. a) $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$, b) $(\sqrt{3}; 2)$, c) $(\sqrt{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3})$, d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}; 2\sqrt{2})$.
- 2.86. a) $(\frac{\sqrt{3}+8}{7}; \frac{2\sqrt{3}-1}{7})$, b) $(\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{1}{2})$, c) $(\frac{5\sqrt{5}-11\sqrt{2}}{6}; \frac{10-5\sqrt{10}}{6})$, d) \mathbb{R} , e) $(\frac{2-3\sqrt{6}}{5}; \frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{5})$.
- 2.87. a) \emptyset , b) $(\frac{9+9\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2})$, c) $(\frac{1}{2} + 4\sqrt{2}; -2 - \frac{\sqrt{2}}{4})$, d) $(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1; \frac{1}{2} - \sqrt{3})$.
- 2.88. a) $(\frac{\sqrt{2}+4}{5}; \frac{\sqrt{2}-2}{5})$, b) $(\sqrt{2}; -1)$, c) $(-\frac{4\sqrt{2}+12}{7}; \frac{18\sqrt{2}+12}{7})$, d) \emptyset .
- 2.89. a) \mathbb{R} , b) $(\frac{4\sqrt{5}}{3}; \frac{5\sqrt{5}}{3})$, c) $(\frac{\sqrt{2}}{6}; \frac{2}{3})$.
- 2.106. a) -1 , b) $2 \cdot (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$.